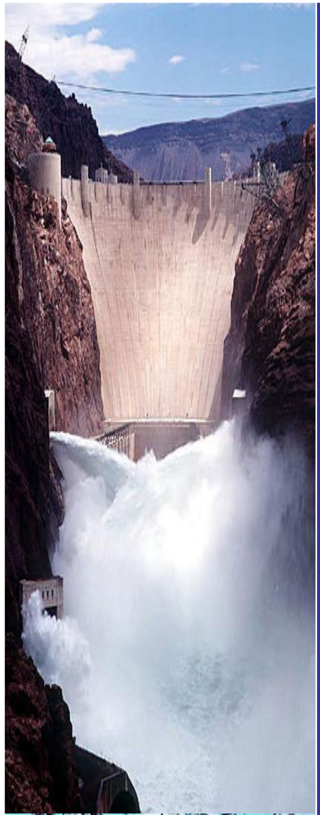
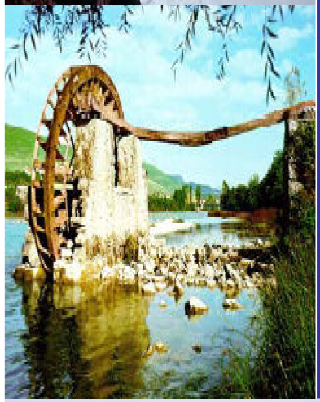
SVEUČILIŠTE U SPLITU
GRAĐEVINSKO-ARHITEKTONSKI FAKULTET
UNIVERSITY OF SPLIT
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING AND ARCHITECTURE

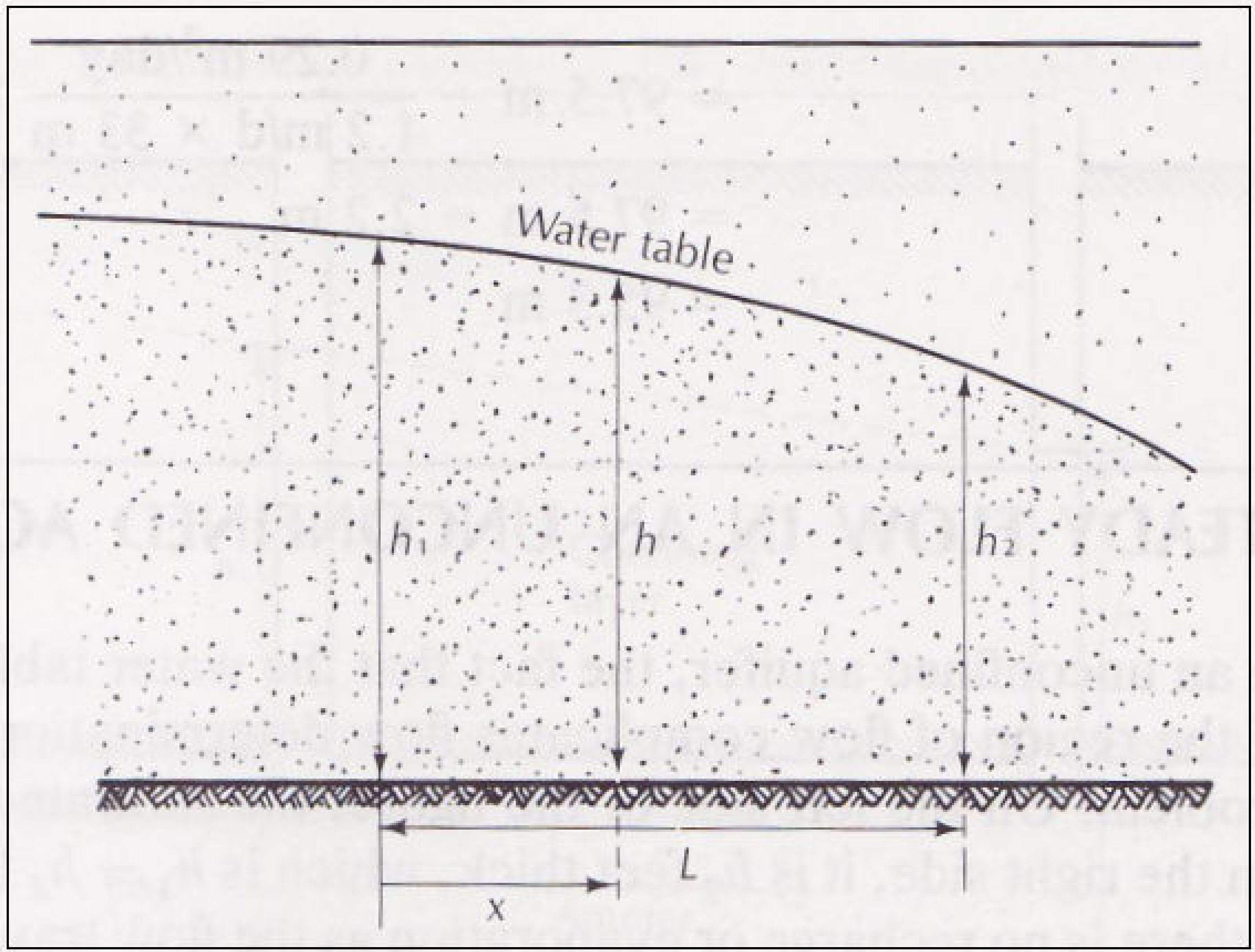




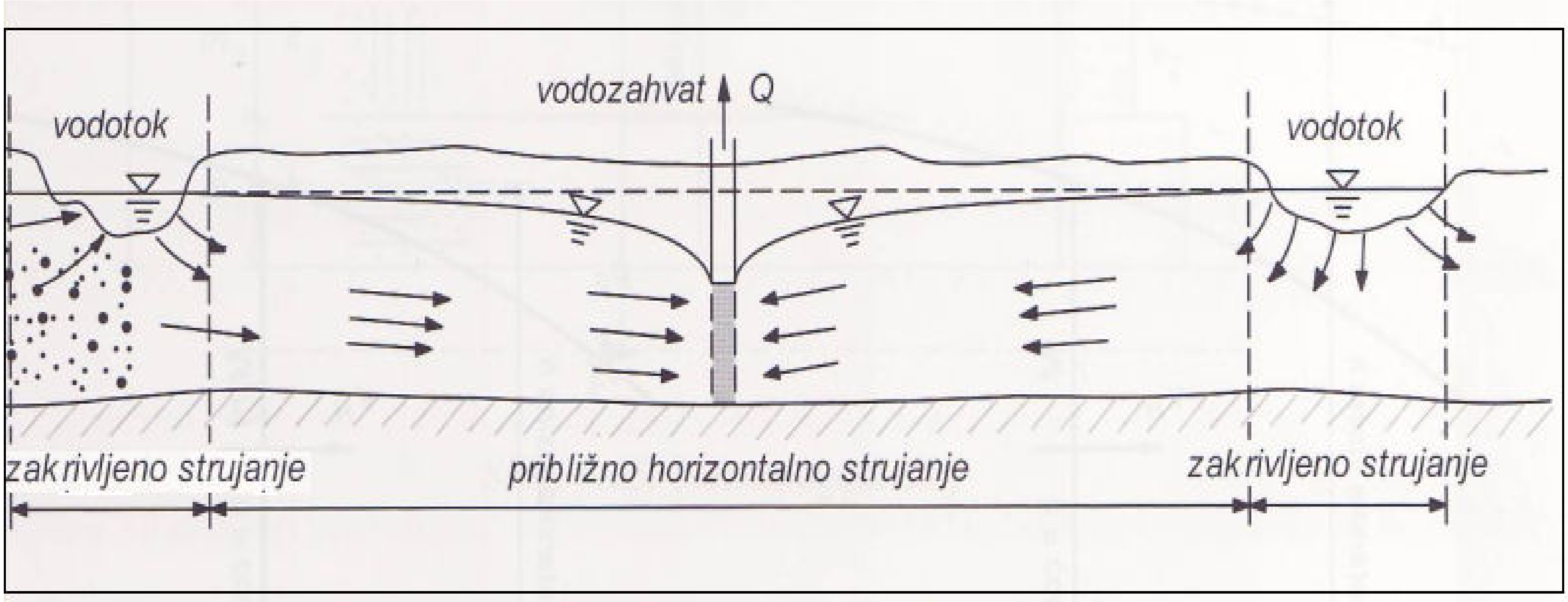
VJEŽBE 4

- JEDNOLIKO TEČENJE U NEOGRANIČENIM UVJETIMA

Split, 18. travnja 2012.



- Vodonosnik je homogen i izotropan
- Tečenje iz područja većeg potencijala prema manjem (h_1 ➔ h_2)
- Vrijedi zakon održanja ➔ hidraulički gradijent raste s lijeva prema desno



- Ovaj problem riješio je Dupuit slijedećim pretpostavkama:

1. **HIDRAULIČKI GRADIJENT jednak je nagibu vodnog lica!**

2. **za MALE GRADIJENTE VODNOG LICA strujnice su horizontalne, dok su potencijale vertikalne!**

- Uzimajući u obzir ove pretpostavke, rješavaju se primjeri u praksi.

$$\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath} + v_z\vec{k} = -k\frac{\partial h}{\partial x}\vec{\imath} - k\frac{\partial h}{\partial y}\vec{\jmath} - k\frac{\partial h}{\partial z}\vec{k},$$

$$\vec{v}_H = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath} = -k\frac{\partial h}{\partial x}\vec{\imath} - k\frac{\partial h}{\partial y}\vec{\jmath} = -k \cdot \text{ grad } h.$$

Posljedica zanemarivanja vertikalne komponente brzine je:

$$-k\frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow \quad h(z) = const.$$

Specifični protok prema Darcy-u:

$$q' = -Kh\frac{dh}{dx}$$

gdje je h visina saturiranog dijela vodonosnika, na X = 0, h = h_1, a na X = L, h = h_2.

Ako se gornji izraz zapiše u integralnom smislu:

$$\int_0^L q'dx = -K\int_{h1}^{h2} hdh$$

i integrira

$$q'x\Big|_0^L = -K\frac{h^2}{2}\Bigg|_{h1}^{h2}$$

Uvrštenjem rubnih uvjeta (granica integracije) dobije se:

$$q'L = -K\left(\frac{h_2^{\ 2}}{2} - \frac{h_1^{\ 2}}{2}\right)$$

$$\boxed{q' = \frac{1}{2}K\left(\frac{h_1^2 - h_2^2}{L}\right)}$$

Ako se ova problematika aplicira na dif. maloj prizmi neograničenog vodonosnika, prema Darcy-u, ukupan protok u horizontalnom smjeru kroz prizmu je:

$$q_x' dy = -K\left(h\frac{dh}{dx}\right)_x dy$$

gdje je dy širina prizme okomito na smjer tečenja ali u horizontalnoj ravnini. Protok kroz ravninu na Δx udaljenu od promatrane:

$$q_{x+dx}' dy = -K\left(h\frac{dh}{dx}\right)_{x+dx} dy$$

h nije konstantan i mijenja se. Sukladno tome, promjena protoka unutar promatrane prizme je:

$$\left(q_{y+dy}' - q_y'\right)dx = -K\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{dh}{dy}\right)dydx$$

$$\left(q_{x+dx}' - q_x'\right)dy = -K\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{dh}{dx}\right)dxdy$$

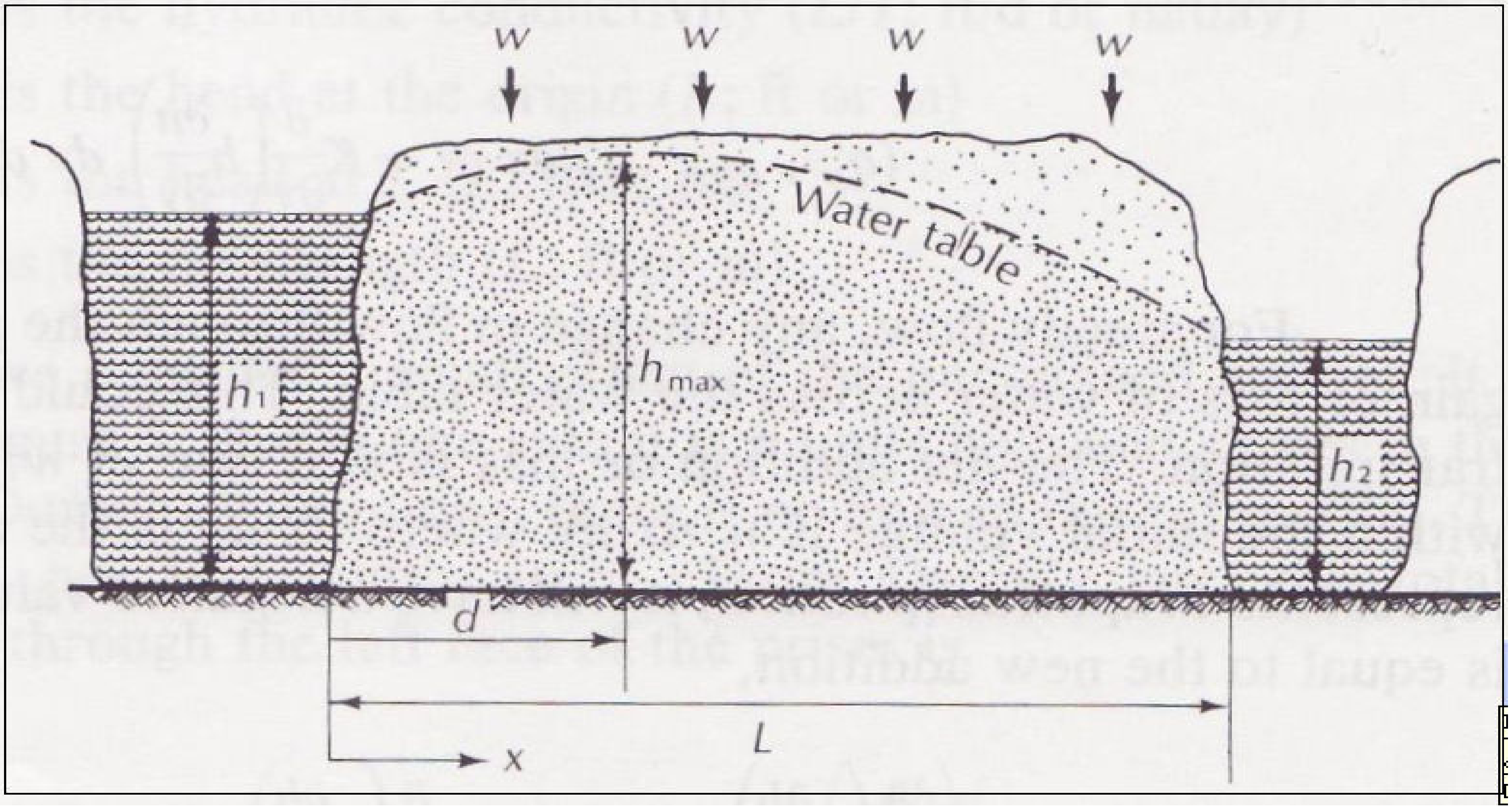
Ukupna promjena protoka u x i y smjeru:

$$-K\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{dh}{dx}\right)dxdy-K\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{dh}{dy}\right)dydx=wdxdy$$

Za w = 0 jednadžba se svodi na Laplaceovu. Opće rješenje gornje jednadžbe je:

$$h^2=-\frac{wx^2}{K}+c_1x+c_2$$

Ako se u gornji izraz uvrste rubni uvjeti prema idućoj slici, iz gornje jednadžbe (općeg rješenja) dobije se partikularno rješenje.



$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)x}{L} + \frac{w}{K}(L - x)x}$$

$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)x}{L}}$$

$$q'_x = \frac{K(h_1^2 - h_2^2)}{2L} - w\left(\frac{L}{2} - x\right)$$

$$d = \frac{L}{2} - \frac{K}{w}\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L}$$

$$h_{max} = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)d}{L} + \frac{w}{K}(L - d)d}$$

1. ZADATAK:

Neograničeni vodonosnik ima hidraulički konduktivitet K = 0.0020 (cm/s) i efektivnu poroznost n_e=0.27. Akvifer se sastoji od pijeska i debljina mu je 31 m, mjereno od površine terena. U prvom piezometru, vodno lice se nalazi 21 m ispod površine terena, dok je u drugom piezometru, 175 metara udaljenom od prvog piezometra, vodno lice 23.5 m ispod površine terena. A) Koliki je jedinični protok? B) Prosječna stvarna brzina kod prvog piezometra? C) Visina vodnog lica na polovici udaljenosti između 1. i 2. piezometra?

A)

$$q' = K\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L}$$

$$h_1 = 31\text{ m} - 21\text{ m} = 10\text{ m}$$

$$h_2 = 31\text{ m} - 23.5\text{ m} = 7.5\text{ m}$$

$$L = 175\text{ m}$$

$$q' = 1.7\ \text{m/d} \times \frac{10^2\ \text{m}^2 - 7.5^2\ \text{m}^2}{2 \times 175\ \text{m}}$$

$$= 0.21\ \text{m}^2/\text{d}$$

B)

$$v_x = \frac{Q}{n_e A}$$

$$v_x = \frac{q'}{n_e h_1}$$

$$= \frac{0.21\ \text{m}^2/\text{d}}{0.27 \times 10\ \text{m}} = 0.08\ \text{m/d}$$

C)

$$h = \sqrt{h_1^2 - (h_1^2 - h_2^2)\frac{x}{L}}$$

$$= \sqrt{(10\ \text{m})^2 - [(10\ \text{m})^2 - (7.5\ \text{m})^2]\left(\frac{87.5\ \text{m}}{175\ \text{m}}\right)}$$

$$= 8.8\ \text{m}$$

2. ZADATAK:

Kanal je izveden paralelno s rijekom 457.2 m daleko. Kanal i rijeka nalaze se u pjeskovitom vodonosniku s koeficijentom hidrauličke propusnosti K=0.366 m/dan. Na zadano područje godišnje padne 0.549 (m) vode i ispari 0.396 (m) vode. Dubina u rijeci iznosi 9.45 (m), a u kanalu 8.23 (m). A) Odredi udaljenost od rijeke na kojoj se nalazi maksimalna razina vodnog lica? B) Maksimalnu razinu vodnog lica u vodonosniku? C) Dnevni protok po 1000 (m) širine prema rijeci? D)Dnevni protok po 1000 (m) u kanal?

A)

$$\boxed{q'_x = \frac{K(h_1^2 - h_2^2)}{2L} - w\left(\frac{L}{2} - x\right)}$$

Za $x = d$ ➔ $q'_x = 0$

$$d = \frac{L}{2} - \frac{K}{w}\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L}$$

$h_1 = 9.45$ m   K = 0.366 m/dan

$h_2 = 8.23$ m   w = 0.549 – 0.396 = 0.153 (m/god) =0.00042 (m/dan)

L = 457.2 m

$$d = \frac{457.2m}{2} - \frac{0.366 \cdot (9.45^2 - 8.23^2)}{2 \cdot 457.2 \cdot 0.0042} = 208.6(m)$$

B)

$$h_{\max} = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)d}{L} + \frac{w}{K}(L - d)d}$$

$h_{MAX} = 11.89$ m

C)

$$q_x = \left[\frac{K(h_1^2 - h_2^2)}{2L} - w\left(\frac{L}{2} - x\right)\right] \times \textbf{1000 m}$$

$$= \left[\frac{0.366 \cdot (9.45^2 - 8.23^2)}{2 \cdot 457.2} - 0.00042\left(\frac{457.2}{2} - 0\right)\right] \cdot 1000$$

q_X = -87.38 (m^3/dan)

D)

$$q_x = \left[\frac{K(h_1^2 - h_2^2)}{2L} - w\left(\frac{L}{2} - x\right)\right] \times \textbf{1000 m}$$

$$= \left[\frac{0.366 \cdot (9.45^2 - 8.23^2)}{2 \cdot 457.2} - 0.00042\left(\frac{457.2}{2} - 457.2\right)\right] \cdot 1000$$

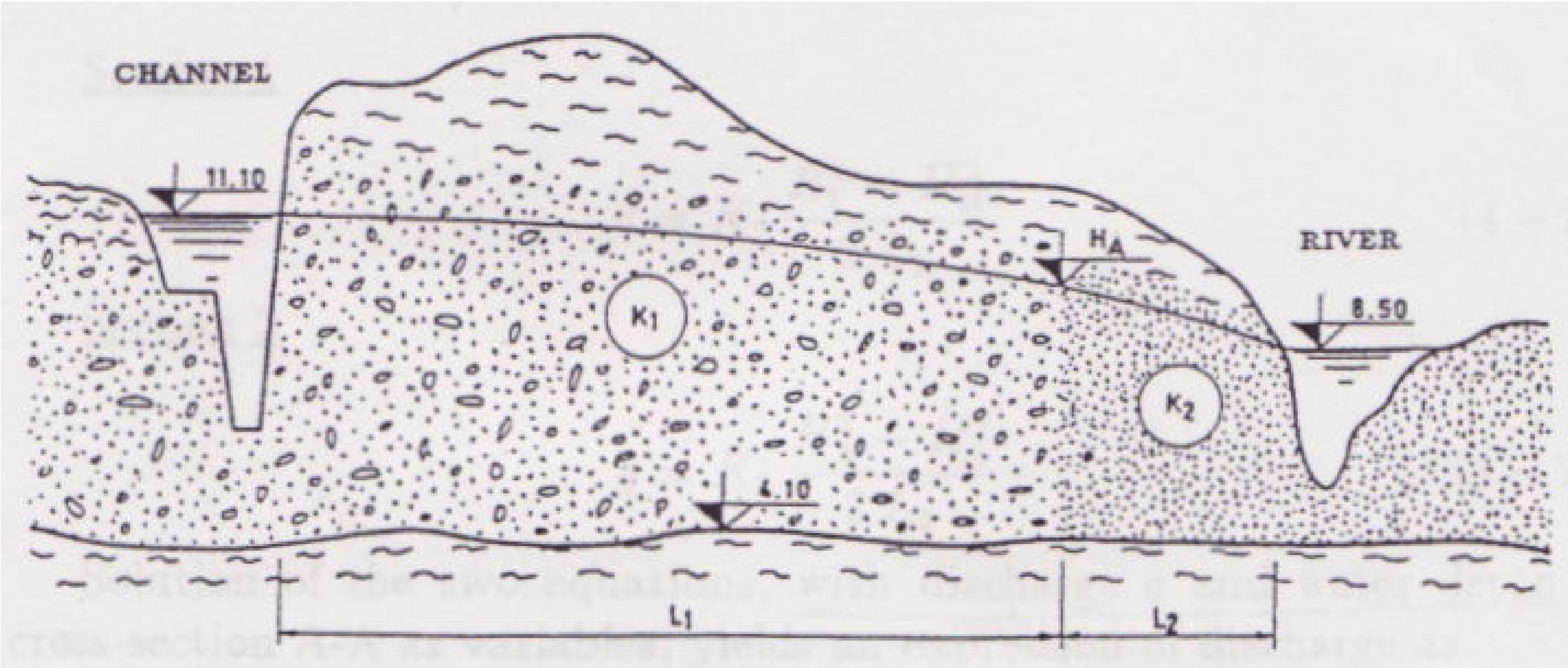
q_X = 104.65 (m^3/dan)

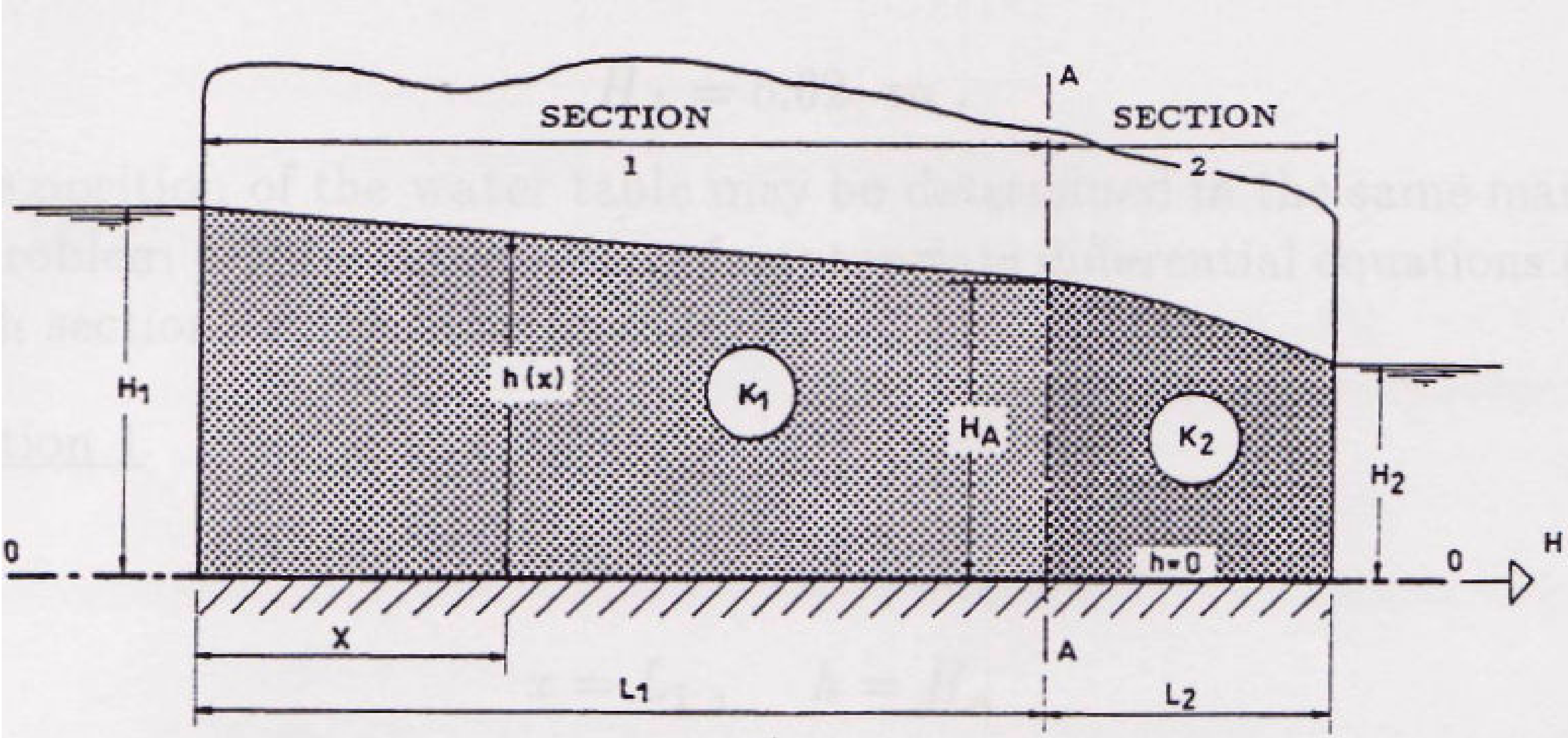
3. ZADATAK:

Voda iz kanala drenira se u rijeku kroz porozni medij kako je prikazano na slici. Potrebno je odrediti specifični protok kroz poroznu sredinu i odrediti razine vodnog lica u 6 točaka između kanala i rijeke?

L_1=170 m H_1=7.0 m K_1=4.5*10^{-2} cm/s

L_2=45 m H_2=4.4 m K_2=1.7*10^{-2} cm/s




SECTION
1
SECTION
2
A
A
h (x)
K_1
K_2
H_1
H_A
H_2
h=0
0
0
H
X
L_1
L_2

$$q = K_1\left(\frac{H_1^{\ 2} - H_A^{\ 2}}{2L_1}\right) \qquad q = K_2\left(\frac{H_A^{\ 2} - H_2^{\ 2}}{2L_2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$q = \frac{H_1^{\ 2} - H_2^{\ 2}}{2\left(\dfrac{L_1}{K_1} + \dfrac{L_2}{K_2}\right)}$$

$$q = \frac{7^2 - 4.4^2}{2\left(\dfrac{170}{4.5\cdot 10^{-4}(m/s)} + \dfrac{45}{1.7\cdot 10^{-4}(m/s)}\right)} = 2.31\cdot 10^{-5}(m^3/s/m)$$

$$q = K_1\left(\frac{H_1^{\ 2} - H_A^{\ 2}}{2L_1}\right) = K_2\left(\frac{H_A^{\ 2} - H_2^{\ 2}}{2L_2}\right) = \frac{H_1^{\ 2} - H_2^{\ 2}}{2\left(\frac{L_1}{K_1} + \frac{L_2}{K_2}\right)}$$

$$\Downarrow$$

$$H_A = \sqrt{\frac{K_1 \cdot L_2 \cdot H_1^{\ 2} + K_2 \cdot L_1 \cdot H_2^{\ 2}}{K_1 L_2 + K_2 L_1}}$$

$$H_A = 5.62m$$

ZA $0 < x < L_1$: X=0 $h=H_1$

X=L_1 $h=H_A$

ZA $L_1 < x < L$: X=L_1 $h=H_A$

X=L $h=H_2$

$$h(x) = \sqrt{{H_1}^2 - \frac{2q \cdot x}{K_1}}$$

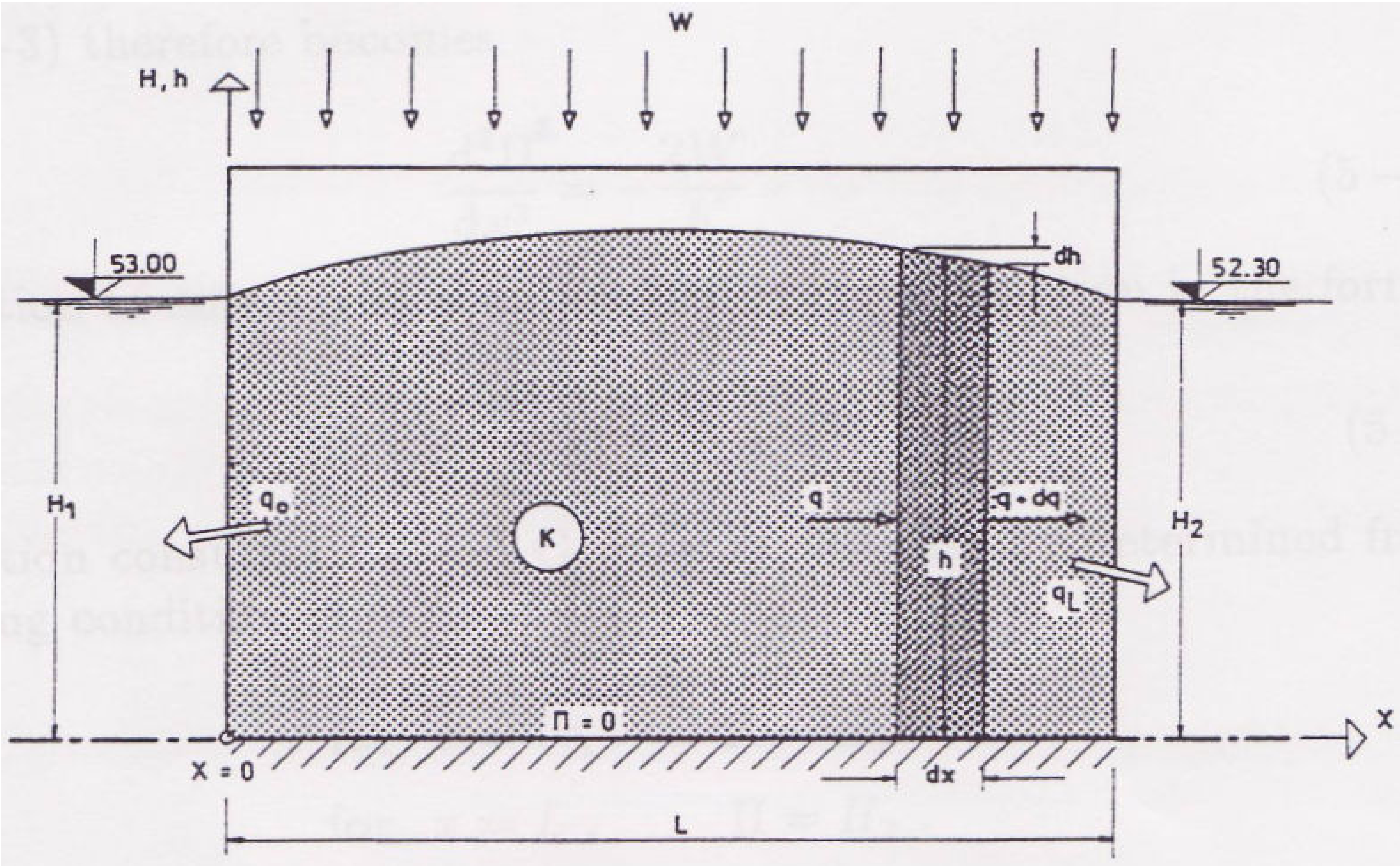
$$h(x) = \sqrt{{H_1}^2 - 2q\left(\frac{L_1}{K_1} + \frac{x - L_1}{K_2}\right)}$$

Rezultati – razine vodnog lica za zadane udaljenosti po x- osi :

x (m)	50	90	130	170	185	200
h(x) (m)	6.62	6.31	5.97	5.62	5.25	4.84

4. ZADATAK:

Na slici je zadana konfiguracija terena sa pripadnim vodotocima i vodonosnikom. Konduktivitet K= $1*10^{-2}$ (cm/s) dobiven je na temelju terenskih mjerenja. Potrebno je odrediti A) liniju vodnog lica u 8 točaka između 2 vodotoka i B) jedinični protok? (w = 0.000656 m/dan)
L= 1800 m, kota dna vodonosnika je 41.50 m n.m.



A)

$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)x}{L} + \frac{w}{K}(L - x)x}$$

Distance from "0" x (m)	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
Depth h (m)	12.45	13.10	13.49	13.64	13.58	13.29	12.76	11.95
Elevation of water level (m)	53.95	54.60	54.99	55.14	55.08	54.79	54.26	53.45

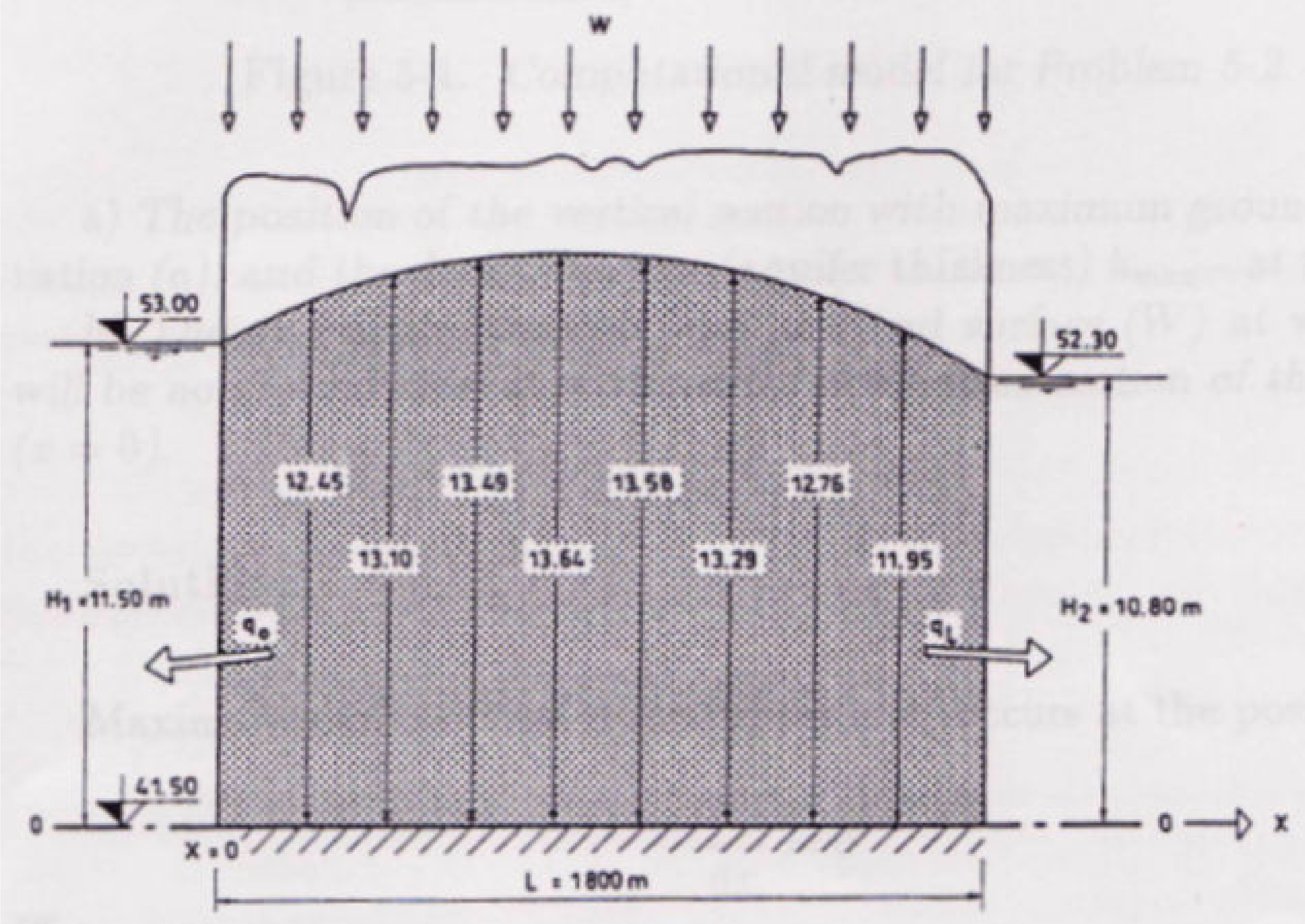
$$d = \frac{L}{2} - \frac{K}{w}\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L}$$

$$= \frac{1800m}{2} - \frac{8.64m/dan}{0.000656m/dan}\frac{(11.5^2 - 10.8^2)}{2 \cdot 1800m} = 842.89m$$

$$h_{max} = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)d}{L} + \frac{w}{K}(L - d)d}$$

$$= 13.645m$$

$$= 55.145m$$



W
53.00
52.30
12.45
13.49
13.58
12.76
13.10
13.64
13.29
11.95
H1 = 11.50 m
H2 = 10.80 m
q0
qL
41.50
0
0
X = 0
x
L = 1800 m

B)

$$q = K\frac{H_1^2 - H_2^2}{2L} + W\left(x - \frac{L}{2}\right)$$

ZA x=0:

$$q = K\frac{H_1^2 - H_2^2}{2L} - W\frac{L}{2}$$

$$q_0 = -6.39 \cdot 10^{-6} \quad \mathrm{m^3/s/m}$$

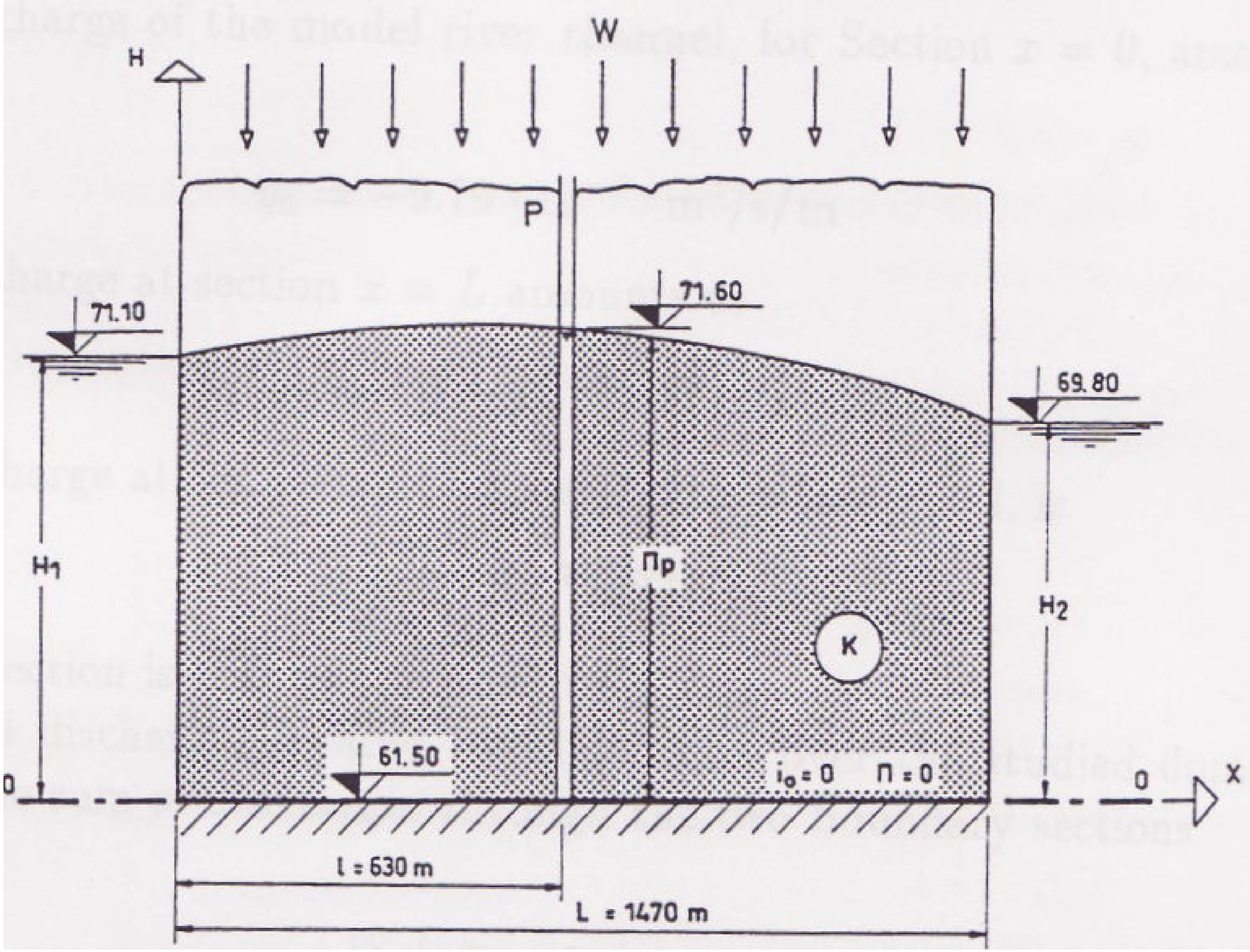
ZA x=L:

$$q = K\frac{H_1^2 - H_2^2}{2L} + W\frac{L}{2}$$

$$q_L = 7.26 \cdot 10^{-6} \quad \mathrm{m^3/s/m}$$

5. ZADATAK:

Izračunati infiltraciju sa površine u slučaju prikazanom na slici. K = 5*10^{-3} (cm/s)



$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{(h_1^2 - h_2^2)x}{L} + \frac{w}{K}(L - x)x}$$

$$W = \frac{K}{(L - l)\,l}\left[\Pi_p^2 - H_1^2 + (H_1^2 - H_2^2)\,\frac{l}{L}\right]$$

$$W = 1.87 \cdot 10^{-9} \quad \mathrm{m/s}$$

$$W = 59 \quad \mathrm{mm/year}$$